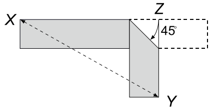
22. Кенгуру решает уравнение $ax^2 + bx + c = 0$, а Бобёр решает уравнение $bx^2 + ax + c = 0$, где a, b, c – попарно различные ненулевые целые числа. Оказалось, что уравнения имеют общее решение. Какое из следующих утверждений заведомо верно?
А) общее решение равно 0. **Б)** уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет ровно одно действительное решение. **В)** $a > 0$. **Г)** $b < 0$. **Д)** $a + b + c = 0$.

---

23. У меня есть полоска бумаги длиной 12 см и шириной 2 см. Я согнул её под углом 45° и сложил так, как показано на рисунке. Какое наименьшее значение может иметь расстояние между X и Y?



А) $6\sqrt{2}$ см. **Б)** $7\sqrt{2}$ см. **В)** 10 см. **Г)** 8 см. **Д)** $6 + \sqrt{2}$ см.

---

24. В кондитерской продаются ириски специальной марки в коробках по 6, 10 и 15 ирисок так, что невозможно, например, купить ровно 11 ирисок. Какое наибольшее количество ирисок невозможно купить в этой кондитерской?
А) 28. **Б)** 29. **В)** 31. **Г)** 34. **Д)** 37.

---

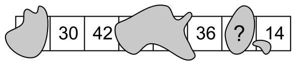
25. Многочлен $f(x)$ удовлетворяет уравнению $f(x + 1) = x^2 - x + 2f(6)$ при всех действительных x.Чему равна сумма коэффициентов многочлена $f(x)$?
А) – 40. **Б)** – 6. **В)** 12. **Г)** 40. **Д)** другой ответ.

---

26. Числа x, y и z такие, что $2^x = 3$, $2^y = 7$ и $6^z = 7$.Какое из следующих соотношений является верным?
А) $z = \frac{y}{x+1}$. **Б)** $z = \frac{x}{y} + 1$. **В)** $z = \frac{y}{x} - 1$. **Г)** $z = \frac{x}{y-1}$. **Д)** $z = y - \frac{1}{x}$.

---

27. Полоска состоит из восьми клеток. Изначально в каждой клетке записано число 0. Каждым ходом можно выбрать четыре последовательные клетки и к каждому из чисел в выбранных клетках прибавить 1. На рисунке показан результат после нескольких ходов. К сожалению, некоторые клетки оказались залиты чернилами. Какое число записано в клетке со знаком вопроса?



А) 24. **Б)** 30. **В)** 36. **Г)** 48. **Д)** другой ответ.

---

28. Функция $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ удовлетворяет равенству $f(20 - x) = f(22 + x)$ при всех действительных x. Известно, что $f(x)$ имеет ровно два корня. Чему равна сумма этих корней?
А) – 1. **Б)** 20. **В)** 21. **Г)** 22. **Д)** другой ответ.

---

29. Двенадцать точек расположены на равном расстоянии по окружности. Сколько треугольников, имеющих угол 45°, можно образовать, выбрав три из этих точек?
А) 48. **Б)** 60. **В)** 72. **Г)** 84. **Д)** 96.

---

30. Четырёхзначное число $\overline{abcd}$ удовлетворяет уравнению $\overline{abcd} = a^a + b^b + c^c + d^d$. Какое значение имеет a?
А) 2. **Б)** 3. **В)** 4. **Г)** 5. **Д)** 6.

Организатор игры-конкурса «Кенгуру» в Республике Беларусь –
Общественное объединение «Белорусская ассоциация «Конкурс»
220045, г. Минск, ул. Яна Чечота, 16 тел. (017) 375-66-17, 375-36-23
e-mail: info@bakonkurs.by https://www.bakonkurs.by/ https://конкурс.бел/
Унитарное предприятие «Издательский центр БА «Конкурс». Заказ 32. Тираж 2000 экз. Минск. 2024 г.

Международный математический конкурс «КЕНГУРУ-2024»

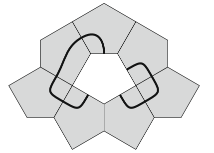
Четверг, 21 марта 2024 г.

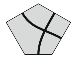
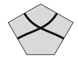
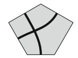
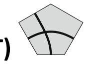
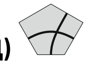
- продолжительность работы над заданием 1 час 15 минут;
- на каждую задачу имеется только один правильный ответ;
- на старте участник получает авансом 30 баллов;
- каждый правильный ответ оценивается тремя, четырьмя или пятью баллами;
- за неправильный ответ из набранной суммы вычитается четверть баллов, предусмотренных за данную задачу;
- за вопрос, оставшийся без ответа, баллы не прибавляются и не вычитаются;
- максимальное количество баллов, в которое оценивается задание конкурса, – 150;
- объём и содержание задания не предполагают его полного выполнения; в задании допускаются вопросы, не входящие в программу обучения;
- участнику запрещается пользоваться калькулятором, справочниками, учебниками, конспектами, иными письменными или печатными материалами, электронными носителями информации и устройствами связи; недопустимо обмениваться информацией с другими участниками, задавать вопросы по условию задачи; ручка, черновик, карточка и задание – это всё, что нужно для работы участнику;
- самостоятельная и честная работа над заданием – главное требование организаторов к участникам конкурса;
- после окончания конкурса листок с заданием и черновик участник забирает с собой и сохраняет их до подведения окончательных итогов;
- результаты участников размещаются на сайте https://www.bakonkurs.by/ через 1–1,5 месяца после проведения конкурса.

Задание для учащихся 11 класса

Задачи с 1 по 10 оцениваются по 3 балла

1. Фигура на рисунке справа состоит из пятиугольных плиток одинакового размера. Какую плитку нужно поместить в центр данной фигуры, чтобы на её поверхности получилась самопересекающаяся петля?



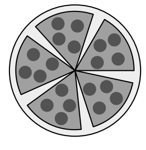
А)  **Б)**  **В)**  **Г)**  **Д)** 

---

2. Какое из следующих чисел на 2 меньше числа, кратного 10, на 2 больше квадрата натурального числа и в 2 раза больше простого числа?
А) 78. **Б)** 58. **В)** 38. **Г)** 18. **Д)** 4.

---

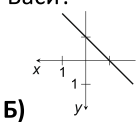
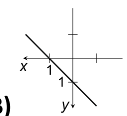
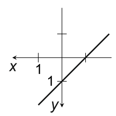
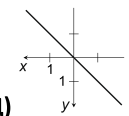
3. Кенгурёнок разрезал пиццу на шесть равных частей. Он съел одну часть, а затем равномерно раздвинул остальные части так, чтобы края соседних частей образовали одинаковые углы. Чему равна величина одного такого угла?



А) 5°. **Б)** 8°. **В)** 9°. **Г)** 10°. **Д)** 12°.

---

4. У Васи необычная привычка рисовать координатную плоскость Oxy с осями, направленными влево и вниз. Как будет выглядеть график функции $y = x + 1$ в координатной системе Васи?

А)  **Б)**  **В)**  **Г)**  **Д)** 

5. У Кати неправильный игральный кубик. Вероятность выпадения 2, 3, 4, 5 по-прежнему равна 1/6, как у обычного кубика. Но вероятность выпадения 6 в два раза больше вероятности выпадения 1. Какова вероятность выпадения 6?

А) 1/4. **Б)** 1/6. **В)** 7/36. **Г)** 2/9. **Д)** 5/18.

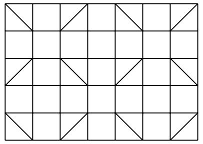
---

6. Какое из следующих выражений имеет такое же значение, как выражение $16^{15}+16^{15}+16^{15}+16^{15}$?

А) 16^{19}. **Б)** 4^{31}. **В)** 4^{60}. **Г)** 16^{60}. **Д)** 4^{122}.

---

7. Бобёр хочет раскрасить квадраты и треугольники на рисунке так, чтобы никакие два из них не были окрашены в один цвет, если они имеют хотя бы одну общую точку. Какое наименьшее количество различных красок для этого понадобится?



А) 3. **Б)** 4. **В)** 5. **Г)** 6. **Д)** 7.

---

8. На столе стоят 6 стаканов открытой стороной вверх. За один ход можно перевернуть любые 4 из них. Какое наименьшее число ходов нужно сделать, чтобы перевернуть все стаканы?

А) 2. **Б)** 3. **В)** 4. **Г)** 5. **Д)** 6.

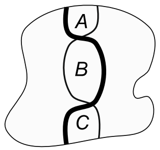
---

9. Степан выполняет следующие действия. Он начинает с числа 1 и умножает его либо на 6, либо на 10. Затем полученный результат он снова умножает либо на 6, либо на 10 и так далее много раз. Какое из следующих чисел он не может получить?

А) $2^{100}\cdot 3^{20}\cdot 5^{80}$. **Б)** $2^{90}\cdot 3^{20}\cdot 5^{80}$. **В)** $2^{90}\cdot 3^{20}\cdot 5^{70}$. **Г)** $2^{110}\cdot 3^{80}\cdot 5^{30}$. **Д)** $2^{50}\cdot 5^{50}$

---

10. Широкая и узкая тропинки в парке пересекаются, как показано на рисунке. Каждая тропинка делит парк на две части равной площади. Какое из следующих равенств заведомо верно для площадей *A*, *B* и *C*?



А) $A=C$. **Б)** $B=A+C$. **В)** $B=\frac{1}{2}(A+C)$. **Г)** $B=\frac{2}{3}(A+C)$. **Д)** $B=\frac{3}{5}(A+C)$.

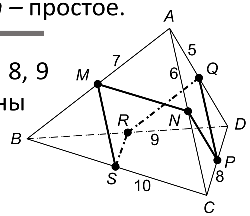
<u>Задачи с 11 по 20 оцениваются по 4 балла</u>

11. Ровно одно из следующих утверждений об определённом натуральном числе *n* верно. Какое?

А) *n* делится на 3. **Б)** *n* делится на 6. **В)** *n* – нечётное. **Г)** *n* = 2. **Д)** *n* – простое.

---

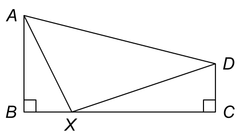
12. Длины рёбер треугольной пирамиды *ABCD* равны 5, 6, 5, 8, 9 и 10, как показано на рисунке. Точки *M*, *N*, *P*, *Q*, *R* и *S* – середины соответствующих рёбер. Какую длину имеет замкнутая 6-звенная ломаная *MNPQRSM*?



А) 19. **Б)** 20. **В)** 21. **Г)** 22. **Д)** 23.

---

13. В четырёхугольнике *ABCD* углы при вершинах *B* и *C* – прямые, *AB* = 4, *BC* = 8, *CD* = 2, точка *X* лежит на стороне *BC*. Какое наименьшее значение может иметь сумма *AX* + *XD*?



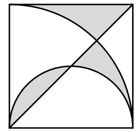
А) $9\sqrt{2}$. **Б)** 12. **В)** 13. **Г)** 10. **Д)** другой ответ.

14. У Джона есть чёрные и белые единичные кубики. Он хочет построить из них куб $3\times3\times3$ так, чтобы ровно половина его поверхности была белая и половина чёрная. Какое наименьшее количество чёрных кубиков для этого ему понадобится?

А) 14. **Б)** 13. **В)** 12. **Г)** 11. **Д)** другой ответ.

---

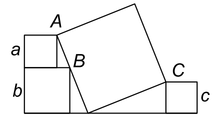
15. Внутри квадрата со стороной 6 см провели диагональ, построили полуокружность и четверть окружности так, как показано на рисунке. Чему равна площадь окрашенной части квадрата?



А) 9 см^2. **Б)** 3π см^2. **В)** (6π – 9) см^2. **Г)** 10π/3 см^2. **Д)** 12 см^2.

---

16. Четыре квадрата расположены так, как показано на рисунке. Стороны трёх меньших квадратов равны *a*, *b* и *c*. Какую длину имеет сторона большого квадрата?



А) $0{,}5(a+b+c)$. **Б)** $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$. **В)** $\sqrt{(a+b)^2+c^2}$. **Г)** $\sqrt{(b-a)^2+c^2}$. **Д)** $\sqrt{a^2+ab+b^2+c^2}$.

---

17. Числа *p* и *q* положительные, *p* < *q*. Какое из следующих выражений наибольшее?

А) $\frac{p+3q}{4}$. **Б)** $\frac{p+2q}{3}$. **В)** $\frac{p+q}{2}$. **Г)** $\frac{2p+q}{3}$. **Д)** $\frac{3p+q}{4}$.

---

18. Сколько существует трехзначных чисел, содержащих хотя бы одну из цифр 1, 2 или 3?

А) 27. **Б)** 147. **В)** 441. **Г)** 557. **Д)** 606.

---

19. Фёдор записал ненулевое 4-значное число $N=\overline{pqrs}$. Он заметил, что если между q и r в этом числе поставить десятичную запятую, то получится число $\overline{pq,rs}$, равное среднему арифметическому двузначных чисел $\overline{pq}$ и $\overline{rs}$. Чему равна сумма цифр числа N?

А) 14. **Б)** 18. **В)** 21. **Г)** 25. **Д)** 27.

---

20. Две свечи одинаковой длины начинают гореть одновременно со своей постоянной скоростью горения. Одна из свечей сгорает за 4 часа, другая – за 5 часов. Сколько часов обе свечи должны гореть до того момента, когда одна свеча станет в 3 раза короче другой?

А) $\frac{40}{11}$. **Б)** $\frac{45}{12}$. **В)** $\frac{63}{20}$. **Г)** 3. **Д)** $\frac{47}{14}$.

<u>Задачи с 21 по 30 оцениваются по 5 баллов</u>

21. У Андрея есть шесть карточек, на каждой стороне которых написано по одному числу. Пары чисел на карточках: (5, 12), (3, 11), (0, 16), (7, 8), (4, 14) и (9, 10). Карточки можно произвольным образом разложить на отмеченных местах в выражении □+□+□–□–□–□=? Какое наименьшее значение может иметь такое выражение?

А) –23. **Б)** –24. **В)** –25. **Г)** –26. **Д)** –27.