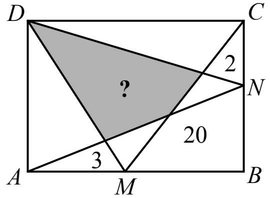
24. Сколько всего существует различных непустых подмножеств множества {1, 2, 3, …, 12}, для которых сумма их наименьшего и наибольшего чисел равна 13?

А) 1024; **Б)** 1175; **В)** 1365; **Г)** 1785; **Д)** 4095.

25. На сторонах AB и BC прямоугольника $ABCD$ произвольно выбраны точки M и N и соединены отрезками с вершинами данного прямоугольника так, как показано на рисунке. В результате прямоугольник оказался разбит на несколько частей. Площади трех из этих частей указаны на рисунке. Найдите площадь серого четырехугольника.



А) 20; **Б)** 21; **В)** 25; **Г)** 26; **Д)** недостаточно данных, чтобы определить.

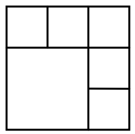
26. Тест состоит из 10 вопросов, на каждый из которых предлагается лишь два варианта ответа: а) и б), из которых только один правильный. Сколько всего существует различных вариантов распределения правильных ответов таких, что при любом выборе 5 ответов а) и 5 ответов б) не менее 4-х ответов оказываются правильными?

А) 5^2; **Б)** 2^5; **В)** 2; **Г)** 10; **Д)** 22.

27. Павел вычеркнул одно из десяти последовательных натуральных чисел. Сумма оставшихся чисел оказалась равна 2006. Какое число вычеркнул Павел?

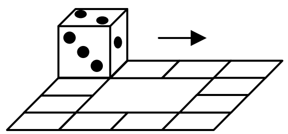
А) 218; **Б)** 219; **В)** 220; **Г)** 225; **Д)** 227.

28. Сколько всего существует различных способов вписать по одному из чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6 в клетки таблицы на рисунке (в разные клетки – разные числа) так, чтобы ни в каких соседних по стороне клетках разность чисел не равнялась 3?



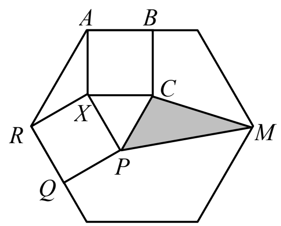
А) 3×2^5; **Б)** 3^6; **В)** 6^3; **Г)** 2×3^5; **Д)** 3×5^2.

29. Игральный кубик на рисунке можно перекатывать по указанному пути. Какое наименьшее число раз его нужно прокатить по этому пути, чтобы он вернулся в исходное положение и все его грани оказались расположенными так же, как и в начале?



А) 1; **Б)** 2; **В)** 3; **Г)** 4; **Д)** это невозможно сделать.

30. Если сторона правильного шестиугольника на рисунке равна $\sqrt{3}$ и четырехугольники $XABC$ и $XPQR$ являются квадратами, то площадь треугольника PMC равна



А) $\frac{5-\sqrt{3}}{4}$; **Б)** $\frac{1+\sqrt{3}}{4}$; **В)** $\frac{\sqrt{3}}{4}$; **Г)** $\frac{2-\sqrt{3}}{4}$; **Д)** $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$.

Конкурс организован и проводится Общественным объединением «Белорусская ассоциация «Конкурс» совместно с Государственным учреждением образования «Академия последипломного образования» под эгидой Министерства образования Республики Беларусь и при содействии АСБ «Беларусбанк».

220013, г. Минск, ул. Дорошевича, 3, РЗШ при АПО (“Кенгуру”).
Тел./факс (017) 292-80-31, 292-34-01. E-mail: kenguru_belarus@mail.ru.
http://bak.academy.edu.by/

ОО «Белорусская ассоциация «Конкурс». Заказ 12. Тираж 2000 экз. Минск. 2006 г.

Международный математический конкурс «КЕНГУРУ-2006»

Четверг, 16 марта 2006 г.

- продолжительность непосредственной работы над заданием 1 час 15 минут;
- пользоваться калькулятором запрещается;
- в каждой задаче среди приведенных ответов только один правильный;
- по правилам конкурса на старте каждый участник получает 30 баллов;
- за правильный ответ на задачу к баллам участника прибавляются баллы, в которые оценена эта задача;
- за неправильный ответ на задачу из баллов участника вычитается четверть баллов, в которые эта задача оценена;
- за задачу, оставшуюся без ответа, баллы не прибавляются и не вычитаются;
- максимальное количество баллов, которые может получить участник конкурса, — 150;
- после окончания конкурса листок с заданием остается у участника;
- самостоятельная и честная работа над заданием — главное требование организаторов к участникам конкурса

Задание для учащихся 11 класса

Задачи с 1 по 10 оцениваются по 3 балла

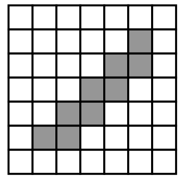
1. Какое из следующих чисел наибольшее?

А) 2006×2006; **Б)** 2005×2007; **В)** 2004×2008; **Г)** 2003×2009; **Д)** 2002×2010.

2. Каким количеством нулей заканчивается произведение первых 2006-и простых чисел?

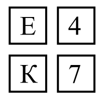
А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** 9; **Д)** 26.

3. На рисунке показана фигура, состоящая из девяти серых клеток. Какое наибольшее число белых клеток можно перекрасить в серый цвет так, чтобы несмотря на увеличение площади серой фигуры, ее периметр не увеличился?



А) 0; **Б)** 7; **В)** 18; **Г)** 12; **Д)** 16.

4. На столе лежат 4 карточки (см. рис.). На каждой карточке с одной стороны написана буква, а с другой – число. Петя сказал: «Для этих карточек верно утверждение: если на одной стороне карточки написана гласная, то на другой ее стороне написано четное число». Какое наименьшее число карточек необходимо перевернуть, чтобы определить, верно ли утверждение Пети?

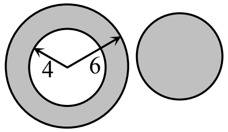


А) ни одной; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** 3; **Д)** 4.

5. Два поезда одинаковой длины движутся по параллельным линиям навстречу друг другу: первый – со скоростью 100 км/ч, второй – 120 км/ч. Пассажир второго поезда, глядя в окно, отметил, что первый поезд прошел мимо него ровно за 6 сек. За какое время проследовал второй поезд мимо пассажира, наблюдающего его из первого поезда?

А) 5 сек; **Б)** 6 сек; **В)** между 6 и 7 сек; **Г)** 7 сек; **Д)** более 7 сек.

6. У Сюзанны есть два кулона, изготовленных из одного и того же материала. Кулоны имеют одинаковую толщину и вес. Их вид сверху – это кольцо, заключенное между двумя концентрическими окружностями радиусов 6 см и 4 см, и круг. Найдите радиус этого круга.



А) 4 см; **Б)** $2\sqrt{6}$ см; **В)** 5 см; **Г)** $2\sqrt{5}$ см; **Д)** $\sqrt{10}$ см.

7. Дана арифметическая прогрессия (a, b, c, d, e). Найдите значение a, если известно, что $b = 5{,}5$, а $e = 10$.

А) 0,5; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 4,5; **Д)** 5.

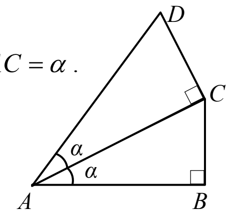
8. Если $4^x = 9$ и $9^y = 256$, то $xy =$

А) 2006; **Б)** 48; **В)** 36; **Г)** 10; **Д)** 4.

9. Рассмотрим все 9-значные числа, состоящие из цифр 1, 2, …, 9 (каждая цифра – в каждом числе встречается по разу). Запишем все эти числа на одинаковые карточки и поместим карточки произвольно в коробку. Какое наименьшее количество карточек необходимо вынуть, не глядя, из коробки, чтобы можно было гарантировать, что по крайней мере два числа на вынутых карточках начинаются с одной и той же цифры?

А) 9!; **Б)** 8!; **В)** 72; **Г)** 10; **Д)** 9.

10. На рис. справа $AB = 1$, $\angle ABC = \angle ACD = 90^\circ$, $\angle CAB = \angle DAC = \alpha$. Найдите AD.



А) $\cos\alpha + \operatorname{tg}\alpha$; **Б)** $(\cos 2\alpha)^{-1}$; **В)** $(\cos\alpha)^2$;

Г) $\cos 2\alpha$; **Д)** $(\cos\alpha)^{-2}$;

<u>Задачи с 11 по 20 оцениваются по 4 балла</u>

11. У какой из следующих функций график симметричен относительно оси Oy?

А) $y = x^2 + x$; **Б)** $y = x^2 \sin x$; **В)** $y = x\cos x$; **Г)** $y = x\sin x$; **Д)** $y = x^3$.

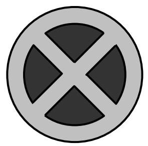
12. На колесе рулетки 37 целых чисел: от 0 до 36. Какова вероятность того, что шарик выпадет на простое число? Вероятность равна числу благоприятных исходов, деленному на число всех возможных исходов.

А) 5/18; **Б)** 11/37; **В)** 11/36; **Г)** 12/37; **Д)** 1/3.

13. Остаток при делении числа 1001 на некоторую цифру равен 5. Чему равен остаток при делении 2006 на эту же цифру?

А) 2; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5; **Д)** 6.

14. Дорожный знак имеет форму круга радиусом 20 см. Каждая из его темных частей является четвертью (одного и того же) круга. Определите радиус этого круга, если известно, что площадь темной части знака равна площади его светлой части.

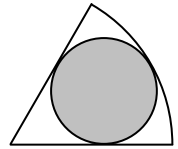


А) $10\sqrt{2}$ см; **Б)** $4\sqrt{5}$ см; **В)** 20/3 см **Г)** 12,5 см; **Д)** 10 см.

15. Даны три простых числа a, b и c такие, что $a > b > c$, $a + b + c = 78$ и $a - b - c = 40$. Найдите произведение abc.

А) 438; **Б)** 590; **В)** 1062; **Г)** 1239; **Д)** 2006.

16. Если отношение радиуса сектора и радиуса вписанного в него круга (см. рис.) равно $3:1$, то отношение площадей сектора и круга равно



А) $3:2$; **Б)** $4:3$; **В)** $5:3$; **Г)** $6:5$; **Д)** $5:4$.

17. В волейбольной лиге играют 16 команд. Каждая команда должна сыграть с каждой из остальных один матч. За выигрыш команда получает 1 очко, за проигрыш – 0 (ничьих в волейболе не бывает). Оказалось, что после всех игр очки, набранные командами, составили арифметическую прогрессию. Сколько очков набрала команда, занявшая последнее место?

А) 3; **Б)** 2; **В)** 1; **Г)** описанная ситуация невозможна; **Д)** другой ответ.

18. В прошлом году в школьном хоре мальчиков было на 30 больше, чем девочек. В этом году число участников хора увеличилось на 10%: число девочек – на 20%, а число мальчиков – на 5%. Сколько участников в хоре в этом году?

А) 88; **Б)** 99; **В)** 110; **Г)** 121; **Д)** 132.

19. Клетки таблицы 4×4 окрашены в черный и белый цвет, как показано на рис. 1. За один ход разрешается перекрасить в противоположный цвет любые две клетки, расположенные в одной и той же строке или в одном и том же столбце. За какое наименьшее число ходов из таблицы на рис. 1 можно получить таблицу на рис. 2?

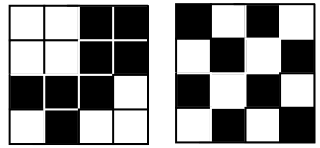
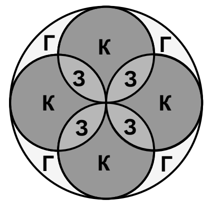


Рис. 1 Рис. 2

А) это невозможно сделать; **Б)** 2; **В)** 3; **Г)** 4; **Д)** 5.

20. В церкви есть стеклянные витражи, изображенные на рисунке (буквы К, З и Г означают соответственно красный, зеленый и голубой цвет). Зная, что радиусы внутренних кругов равны и что площадь зеленого стекла составляет 400 см^2, определите площадь голубого стекла.



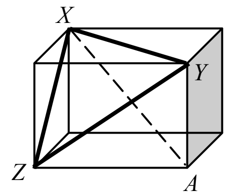
А) 360 см^2; **Б)** 400 см^2; **В)** 120π см^2; **Г)** $90\pi\sqrt{2}$ см^2; **Д)** 382 см^2.

<u>Задачи с 21 по 30 оцениваются по 5 баллов</u>

21. Известно, что оба числа a и b больше, чем 1. Какая из следующих дробей наибольшая?

А) $\dfrac{a}{b-1}$; **Б)** $\dfrac{a}{b+1}$; **В)** $\dfrac{2a}{2b+1}$; **Г)** $\dfrac{2a}{2b-1}$; **Д)** $\dfrac{3a}{3b+1}$.

22. Длины сторон треугольника XYZ на рисунке равны 8 см, 9 см и $\sqrt{55}$ см. Найдите длину диагонали XA прямоугольного параллелепипеда, для которого стороны треугольника XYZ служат диагоналями граней (см. рис.).



А) $\sqrt{90}$ см; **Б)** 10 см; **В)** $\sqrt{120}$ см; **Г)** 11 см; **Д)** $\sqrt{200}$ см.

23. Сколько всего существует значений параметра b, при которых оба корня квадратного уравнения $x^2 - bx + 80 = 0$ являются четными натуральными числами?

А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** 3; **Д)** бесконечно много.